

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

ՖԻԶԻԿԱՅԻ ՖԱԿՈՒԼՏԵՏ

ԱԿԱԴԵՄԻԿՈՍ Գ. ՍԱՀԱԿՅԱՆԻ ԱՆՎԱՆ
ՏԵՍԱԿԱՆ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԱՄԲԻՈՆ

ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԿՐԹԱԿԱՆ ԾՐԱԳԻՐ

ՍԵՐԳԵՅ ԹՈՒՄԱՍՅԱՆ ԱԼԲԵՐՏԻ

Մազիստրոսական թեզ

ԲԱՐՁՐ ԿԱՐԳԻ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՈՒՂՂՈՒՄՆԵՐ
ՆԵՅՏՐԱԼ ԵՄ ԵՊԻՏՈՒՄՆԵՐԻ ՕՍՑԻԼԻԱՑԻԱՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ

« ՏԵՍԱԿԱՆ ՖԻԶԻԿԱ և ԲԱՐՁՐԱԳՈՒՅՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ »

մասնագիտությամբ

Ֆիզիկայի մազիստրոսի որակավորման

աստիճանի հայցման համար

ԵՐԵՎԱՆ 2020

Ուսանող՝ _____
ստորագրություն

Թումասյան Սերգեյ
ազգանուն, անուն

Ղեկավար՝ _____ [13 pt, Bold, Italic]
ստորագրություն

Ֆիզ. մաթ. գիտ. դոկտոր, պրոֆեսոր Հրաչյա Ասատրյան
գիտ. աստիճան, կոչում, ազգանուն, անուն

«Թույլատրելի պաշտպանության»

Ամբիոնի վարիչ՝ _____
ստորագրություն

Ֆիզ. մաթ. գիտ. դոկտոր, պրոֆեսոր Արամ Սահարյան
գիտ. աստիճան, կոչում, ազգանուն, անուն

« _____ » _____ 20__ թ.

ԲԱՐՁՐ ԿԱՐԳԻ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՈՒՂՂՈՒՄՆԵՐ ՆԵՅՏՐԱԼ B ՄԵԶՈՆԱՅԻՆ
ՕՍՑԻԼԻԱՑԻԱՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ

Higher order QCD corrections for neutral B-meson oscillations

КХД поправки высшего порядка для осцилляции нейтрального B-мезона

Աշխատանքում կատարվել է առաջին քայլը Ստանդարտ Մոդելի շրջանակներում հաջորդը-հաջորդը առաջատարի նկատմամբ (NNLO) քվանտաքրոմոդինամիկական ուղղումների հաշվարկ $B_q-\overline{B}_q$ ($q=s,d$) համակարգի CP խաղտման համար: Մասնավորապես մենք գնահատել ենք $a_s^2 N_f$ կարգի պինգվինային դիագրամների ներդրումը a_{fs}^q -ի մեջ $B_q-\overline{B}_q$ համակարգի համար, $a_s^2 N_f$ և a_s^1 -ի կարգի պինգվինային ներդրումները համեմատելով:

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

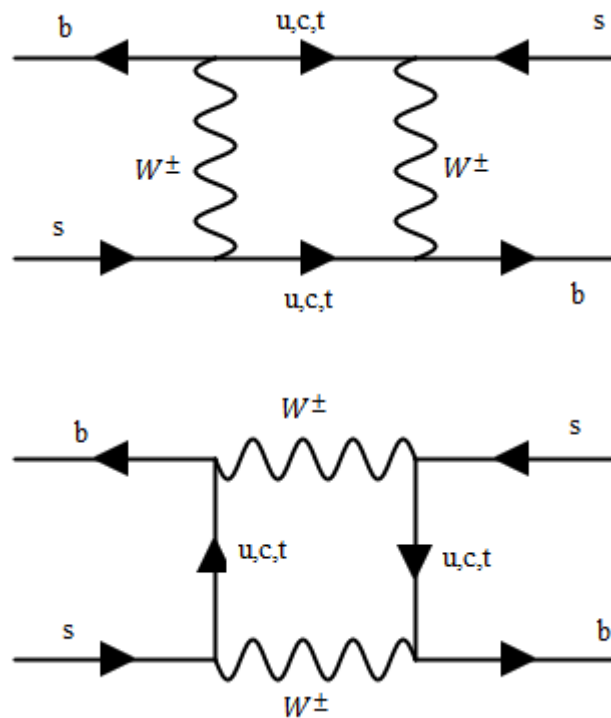
Ներածություն	5
Պասարինո Վելտմանի առնչություններ	8
Մեկօղականի դիագրամների կեղծ մասերի հաշվարկ	10
Վերանորմավորում	18
Ֆենոմենոլոգիա.....	23
Եզրակացություն	26
Օգտագործված գրականության ցանկ	27

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Մեր օրերում բարձր էներգիաների ֆիզիկայում կատարվող փորձերը հնարավորություն են տալիս մեծ ճշտությամբ ստուգել էլեկտրաթույլ, ուժեղ փոխազդեցության տեսությունները, հայտնաբերել նոր ֆիզիկա մասնիկների ֆիզիկայում: Բացի փորձերի մեծ ճշտությամբ ունեցած տվյալներից, շատ կարևոր են տեսականորեն կատարված աշխատանքները, որոնց արդյունքները հնարավոր կլինի համեմատել փորձի տվյալների հետ:

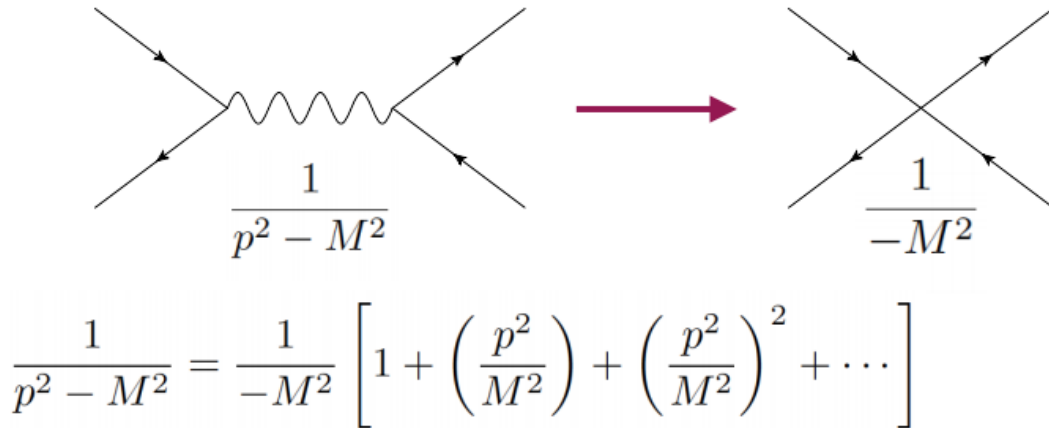
Այս աշխատանքում դիտարկելու ենք B_s մեզոնային օսցիլիացիաներ: B_s մեզոնային օսցիլիացիաների ժամանակ խաղտվում է CP սխիմտրիան: CP սխիմտրիայի և հաշվարկը նույնպես կարևոր է Ստանդարտ մոդելի և ստանդարտ մոդելից դուրս տեսությունների ստուգման համար: B_s մեզոնային օսցիլիացիաների ուսումնասիրությունը մեզ հնարավորություն է տալիս CKM մատրիցայի պարամետրերի ավելի ճշգրիտ հաշվարկ կատարել:

Օսցիլիացիաները ինչպես գիտենք նկարագրվում են box դիագրամներով նկ.(1) :



Նկ. 1. B_s մեզոնային օսցիլիացիաների box դիագրամ,

W բոզոնը ծանր մասնիկ է, և շատ պրոցեսներում որտեղ որ ինքը մասնակցում է, տեղի ունի $M \gg p$ պայմանը, որտեղ M -ը W բոզոնի զանգվածն է, իսկ p -ն համեմատաբար թեթև քվարքների (u, d, s, c, b) իմպուլսը: Դա հաշվի առնելով, հնարավոր է Օսցիլյացիաները նկարագրող Համիլտոնիանից անցնել Էֆֆեկտիվ Համիլտոնյանի՝ H_{eff} , նկ2.



Նկ. 2. W բոզոնի պրոպագատորի հայտարարի ձևափոխությունը Էֆֆեկտիվ Համիլտոնյանի անցնելիս:

H_{eff} -ի մեջ W բոզոնային պրոպագատորը դառնում է «կետ», այն հանդես է գալիս Վիլսոնի գործակիցների տեսքով: Մեր դիտարկվող խնդրի համար H_{eff} -ը ունի հետևյալ տեսքը՝

$$H_{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \{ (\lambda_c + \lambda_u) \{ \sum_{i=3}^6 C_i O_i + C_8 O_8 \} + \{ \sum_{i=3}^6 C_i (\lambda_u O_i^u + \lambda_c O_i) \} + H.C. : \quad (1.1)$$

Որտեղ՝

$$\begin{aligned} O_1^u &= (\bar{s}_i u_j)_{(V-A)} (\bar{u}_j b_i)_{(V-A)}, & O_2^u &= (\bar{s}_i u_i)_{(V-A)} (\bar{u}_j b_j)_{(V-A)}, \\ O_1 &= (\bar{s}_i c_j)_{(V-A)} (\bar{c}_j b_i)_{(V-A)}, & O_2 &= (\bar{s}_i c_i)_{(V-A)} (\bar{u}_j c_j)_{(V-A)}, \\ O_3 &= (\bar{s}_i b_i)_{(V-A)} (\bar{q}_j q_j)_{(V-A)}, & O_4 &= (\bar{s}_i b_j)_{(V-A)} (\bar{q}_j q_i)_{(V-A)}, \\ O_5 &= (\bar{s}_i b_i)_{(V-A)} (\bar{q}_j q_j)_{(V+A)}, & O_6 &= (\bar{s}_i b_j)_{(V-A)} (\bar{q}_j q_i)_{(V+A)}, \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$O_8 = \frac{g_s}{(8\pi)^2} m_b \bar{s}_i \sigma^{\mu\nu} (1-\gamma_5) T_{ij}^a b_j G^a_{\mu\nu},$$

որտեղ $V-A=\gamma_\mu(1-\gamma_5)$: որտեղ $V_{cs}^*V_{cb}$ -ը Cabibbo-Kobayashi-Maskava մատրիցայի անդամներն են: C_i -երը Վիլսոնի գործակիցներն են, O_i -երը՝ օպերատորները:

$B_s-\bar{B}_s$ խառնումը բնութագրվում է 2×2 էրմիտական մատրիցայի միջոցով՝ $M-i\frac{\Gamma}{2}$:

Խառնման խնդիրը իր մեջ պարունակում է $M=\frac{M_L+M_H}{2}$, $\Gamma=\frac{\Gamma_L+\Gamma_H}{2}$:

$$\Delta M=M_H - M_L, \Delta \Gamma=\Gamma_H-\Gamma_L:$$

CP ասիմետրիան որոշվում է՝

$$a_{fs}^q = \frac{\Gamma(\bar{B}_q(t)\rightarrow f)-\Gamma(B_q\rightarrow\bar{f})}{\Gamma(\bar{B}_q(t)\rightarrow f)+\Gamma(B_q\rightarrow\bar{f})} = \text{Im}\frac{\Gamma_{12}}{M_{12}} (**):$$

Γ_{12} -ը հաշվվում է հետևյալ կերպ՝

$$\Gamma_{12} = \text{Abs}\langle B_s | \int d^4x T H_{eff}(x) H_{eff}(0) | \bar{B}_s \rangle, \quad (1.3)$$

Abs-ով նշանակում է տվյալ մատրիցական տարրի կլանող մասը, T -ն ժամանա-կային խրոնոլոգիական կարգավորիչն է: Γ_{12} -ը կարող ենք ներկայացնել նայն հետևյալ տեսքով՝ [1]

$$\Gamma_{12} = -\lambda_t^2 [\Gamma_{12}^{cc} + 2\frac{\lambda_u}{\lambda_t} (\Gamma_{12}^{cc} - \Gamma_{12}^{uc}) + \frac{\lambda_u^2}{\lambda_t^2} (\Gamma_{12}^{cc} + \Gamma_{12}^{uu} - 2\Gamma_{12}^{uc})], \text{ որտեղ } \Gamma_{12}^{ab} \text{-ն դրական է } (a,b=u,c,t) \quad (1.4):$$

Ըստ $\frac{\Lambda_{QCD}}{m_b}$ -ի (1.4) -ը վերլուծելով շարքի, Γ_{12}^{ab} -ի առաջին անդամի համար կարող ենք գրել՝

$$\Gamma_{12}^{ab} = \frac{G_f^2 m_b^2}{24\pi M_{B_s}} [G^{ab}\langle B_s | Q | \bar{B}_s \rangle - G_S^{ab}\langle B_s | Q_S | \bar{B}_s \rangle] \quad (1.5)$$

Որտեղ՝

$$Q = (\bar{s}_i b_i)_{(V-A)} (\bar{s}_j b_j)_{(V-A)}, \quad Q_S = (\bar{s}_i b_j)_{(S-P)} (\bar{s}_j b_i)_{(S-P)}, \quad a_{(S-P)} = a(1-\gamma_5), \quad (1.6)$$

Ստանդարտ մոդելի շրջանակներում կանխատեսվում է, որ՝ [2]

$$a_{fs}^{d,SM} = (-4,73 \pm 0,42) \times 10^{-4}, \quad a_{fs}^{s,SM} = (2,06 \pm 0,18) \times 10^{-5}$$

Իսկ էքսպերիմենտալ տվյալները հետևյալն են՝

$$a_{fs}^{d,Exp} = (-21 \pm 17) \times 10^{-4}, \quad a_{fs}^{s,Exp} = (60 \pm 280) \times 10^{-5}$$

ՊԱՍԱՐԻՆՈ ՎԵԼՏՄԱՆԻ ԱՌՆՉՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

Տեյնմանի դիագրամներ հաշվելիս առաջանում են բազմաթիվ մաթեմատիկական դժվարություններ: Օղակ պարունակող դիագրամներում հաշվարկներ անելիս Պասարինո-Վելտմանի առնչությունները տեխնիկապես հեշտացնում են հաշվարկները: Առնչությունների սկզբունքին կծանոթանանք ստորև:

$$\text{Դիցուք ունենք հետևյալ տեսքի ինտեգրալ՝ } \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^a}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} : \quad (2.1)$$

k^a -ն օղակի մեջ պատվող քվարկի իմպուլսի բաղադրիչ է: Քանի որ ինտեգրումը կատարվում է ըստ k -ի, ակնհայտ է ինտեգրալի պատասխանը կախված է լինելու p_b -ից: Պատասխանը գրենք հետևյալ տեսքով՝

$$\int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^a}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} = X^* p_b^a \quad (2.2)$$

X -ը գտնելու համար հավասարման երկու կողմերը բազմապատկենք p_a -ով: $p_b^a \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^a}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} = X^* p_b^a p_{b_a}$: Նկատենք, որ $p^a p_a = p^2 = m_b^2$:

$$p_a \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^a}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} = X m_b^2: \quad \text{Քանի որ ինտեգրումը կատարվում է ըստ } k\text{-ի,}$$

մենք կարող ենք p_{b_a} -ն մտցնել ինտեգրման նշանի տակ:

$$X = \frac{1}{m_b^2} p_a \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^a}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} = \frac{1}{m_b^2} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^a p_{b_a}}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} \quad (2.3)$$

X -ի ստացված արժեքը տեղադրենք (1) հավասարման մեջ:

$$\int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^a}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} = \frac{1}{m_b^2} p^a \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{(k p_b)}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} \quad (2.4)$$

(3) հավասարումից տեսնում ենք, որ երբ (1) հավասարման մեջ ինտեգրման համարիչում վեկտորական մեծություն էր, մենք այն փոխարինեցինք սկալյար մեծությամբ: Սա Պասարինո-Վելտմանի առնչություններից մեկն է:

Դիտարկենք մեկ այլ ինտեգրալ՝

$$\int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^\alpha k^\beta}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} \quad (2.5)$$

Այս ինտեգրալը համեմատական կլինի արդեն արտաքին իմպուլսի $p^\alpha p^\beta$ արտադրյալին և մետրիկական թենզորին՝ $g^{\alpha\beta}$:

$$\int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^\alpha k^\beta}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} = A p^\alpha p^\beta + B g^{\alpha\beta} : \quad (2.6)$$

A-ն և B-ն գտնելու համար հավասարման երկու կողմը բազմապատկենք $p^\alpha p^\beta$ -ով և $g^{\alpha\beta}$ -ով, այնուհետև երկու հավասարումների համակարգից գտնենք A-ն և B-ն:

$$p_{b\alpha} p_{b\beta} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^\alpha k^\beta}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} = A p_{b\alpha} p_{b\beta} p_b^\alpha p_b^\beta + B p_{b\alpha} p_{b\beta} g^{\alpha\beta}$$

$$A p_b^4 + B p_b^2 = p_{b\alpha} p_{b\beta} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^\alpha k^\beta}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} = \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{(p_b k)^2}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)}$$

$$A m_b^4 + B m_b^2 = \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{(p_b k)^2}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} \quad (2.7)$$

$$g_{\alpha\beta} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^\alpha k^\beta}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} = A g_{\alpha\beta} p_b^\alpha p_b^\beta + B g_{\alpha\beta} g^{\alpha\beta} \quad (g_{\alpha\beta} g^{\alpha\beta} = d)$$

$$\int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^2}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} = A p_b^2 + B d$$

$$(2.7) \text{ քանաձևից } B = \frac{1}{d} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^2}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} - A \frac{m_b^2}{d} \quad (2.8)$$

B-ն տեղադրենք (2.7) ի մեջ:

$$A m_b^4 + \frac{m_b^2}{d} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^2}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} - A \frac{m_b^4}{d} = \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{(p_b k)^2}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} \quad (2.9)$$

այստեղից որոշենք A-ն:

$$A = \frac{1}{m_b^4} \left(\int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{(p_b k)^2}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} - \frac{m_b^2}{d} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^2}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} \right) \frac{d}{d-1} \quad (2.10)$$

A-ն տեղադրենք (2.8) ի մեջ:

$$B = \frac{1}{d} \left(\int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^2}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} - \left(\frac{1}{m_b^2} \left(\int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{(p_b k)^2}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} - \right. \right. \right.$$

$$\frac{m_b^2}{d} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^2}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} \frac{d}{d-1} \Big) \quad (2.11)$$

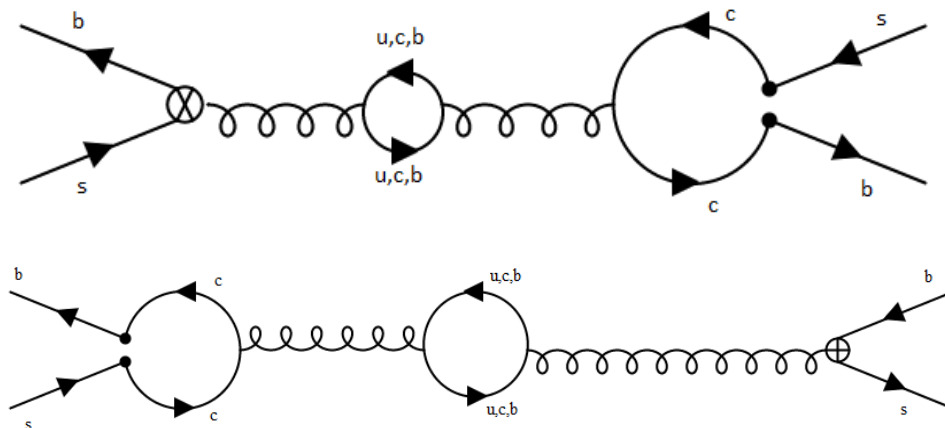
(2.10) , (2.11) բանաձևերը տեղադրենք (2.5) բանաձևի մեջ :

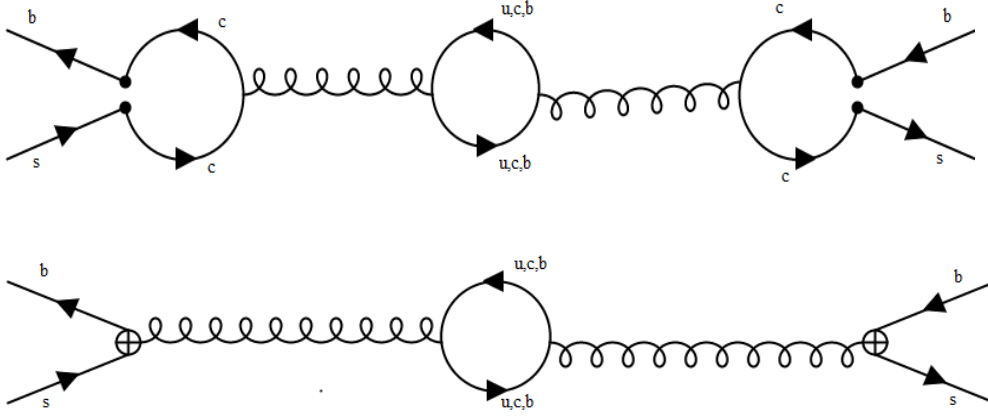
$$\begin{aligned} & \frac{p^\alpha p^\beta}{m_b^4} \left(\int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{(p_b k)^2}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} - \frac{m_b^2}{d} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^2}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} \right) \frac{d}{d-1} + \\ & \frac{g^{\alpha\beta}}{d} \left(\int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^2}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} - \left(\frac{1}{m_b^2} \left(\int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{(p_b k)^2}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} - \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \frac{m_b^2}{d} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^2}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} \right) \frac{d}{d-1} \right) \right) = \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^\alpha k^\beta}{((k-p_b)^2 - m_c^2)(k^2 - m_c^2)} \quad (2.12) \end{aligned}$$

Այստեղ ևս ինտեգրալի մեջ վեկտորները կաորդացանք փոխարինել սկալյարով:
 Այս առընչությունները կոչվում են Պասսարիո Վելտմանի առընչություններ:

ՄԵԿՕՂԱԿԱՆԻ ԴԻԱԳՐԱՄՆԵՐԻ ԿԵՂԾ ՄԱՍԵՐԻ ՀԱՇՎԱՐԿԸ

Ստանդարտ Մոդելի շրջանակներում CP Ասիմետրիայի ուսումնասիրման համար կարևոր դեր են խաղում պինգվին դասի դիագրամները (Նկ. 3): Պինգվին դասի մեկօղակյանի դիագրամներից կդիտարկենք առաջին երկուսը:





նկ. 3 պինգվին դասի դիագրամ, առաջին օպերատորը O8 օպերատերն է, երկրորդը O2-ն է: Օղակի մեջ ընդհանուր դեպքում կարող են ներդրում տալ b,d,s,c,u քվարկները: , Սակայն u,d,s քվարկների ներդրումը նույնն է, քանի որ զանգվածները շատ փոքր են:

Ֆեյնմանի կանոնների համաձայն կունենանք հետևյալը՝

$$\int \frac{d^d k_1}{(2\pi)^d} \bar{b} (-i) \frac{1}{p_b^2} m_b (Y^a(p^\beta, \gamma_\beta) - (p^\beta, \gamma_\beta) Y^a) (1 - \gamma_5) s \gamma^\mu$$

$$(1 - \gamma_5) \frac{k_1^\beta \gamma_\beta - p_{b_a} \gamma^a - m_c}{(k_1^\beta \gamma_\beta - p_b)^2 - m_c^2} \gamma^\nu \frac{k_1^\beta \gamma_\beta - m_c}{(k_1^\beta \gamma_\beta)^2 - m_c^2} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \times (-i) \frac{1}{p_b^2} \gamma^\nu \frac{k_2^\beta \gamma_\beta - p_{b_a} \gamma^a - m_i}{(k_2^\beta \gamma_\beta - p_b)^2 - m_i^2} \gamma^\nu \frac{k_2^\beta \gamma_\beta - m_i}{(k_2^\beta \gamma_\beta)^2 - m_i^2}$$

(3.1)

Մենք այստեղ գրել ենք ինտեգրալային ընդհանուր տեսքը, երբ փակ ֆերմիոնային օղակում ներդրում կարող են տալ u,c,b քվարկներից որեւէ մեկը: k_1 ը հանդիսանում է c քվարկով օղակի ինտեգրման իմպուլսը, k_2 ը համապատասխանաբար u,c,b քվարկներով օղակն է:

Ինտեգրալի հաշվարկը իրենից ներկայացնում է բազմաթիվ ավելի փոքր ինտեգրալների կոմբինացիա: Հաշվարկը կատարելու համար օգտվենք Պասարինո - Վելտմանի առընչություններից՝ ինտեգրալի համարիչը պարզեցնելու համար: Ինչպես նաև համարիչում կկիրառենք Դիրակի հավասարումը՝

$$\bar{b} p_{b_a} \gamma^a = -m_b \bar{b} \quad \text{որը «մտնող» մասնիկի համար է և} \quad \bar{b} p_{b_a} \gamma^a = m_b \bar{b} \quad - \text{«դուրս եկող»}$$

մասնիկի համար:

Ինտեգրալի մեջ անցնենք նոր ինտեգրման փոփոխականների:

$$P_1 = (k_1^\beta \gamma_\beta)^2 - m_c^2, \quad P_2 = (k_1^\beta \gamma_\beta - p_b)^2 - m_c^2, \quad P_3 = (k_2^\beta \gamma_\beta)^2 - m_i^2,$$

$$P_4 = (k_2^\beta \gamma_\beta - p_b)^2 - m_i^2:$$

(3.2)

Կատարենք հետևյալ նշանակումը՝ $\hat{k}_1 \stackrel{\text{def}}{=} (k_1^\beta \gamma_\beta), \quad \hat{k}_2 \stackrel{\text{def}}{=} (k_2^\beta \gamma_\beta):$

Ակնհայտ է, որ որոշակի պարզեցումներից հետո, ինտեգրալի տակ արտահայտության համար կունենանք մի քանի ինտեգրալների գումար, որտեղ ինտեգրալների հայտարարները համեմատական կլինեն P_1, P_2, P_3, P_4 երին, կամ դրանց արտադրյալներին՝ օրինակ $P_1 P_2$ և այլն:

Կատարենք նշանակում. $B[n_1, n_2, n_3, n_4] = \frac{A}{P_1^{n_1} P_2^{n_2} P_3^{n_3} P_4^{n_4}}$, հաշվի առած ինտեգրալը և համարիչում գործակիցները:

Քանի որ երկրորդ օղակում կարող են ներդրում ունենալ a, b, c քվարկները, դիտարկենք դեպքերը առանձին: Ստորև հաշվենք դիագրամի այն դեպքը, երբ ներդրում է տալիս b քվարկը:

Մեր դեպքի համար, միջանկյալ հաշվարկները կատարելով Wolfram Matematika 7 ծրագրի օգնությամբ, կունենանք հետևյալ տեսքի անդամներ՝ $B[-1, 0, 1, 1, 0]$, $B[0, -1, 1, 1, 0]$, $B[0, 0, 0, 1, 0]$, $B[0, 0, 1, 0, 0]$, $B[0, 0, 1, 1, -1]$, $B[0, 0, 1, 1, 0]$, $B[0, 1, 1, -1, 0]$, $B[0, 1, 1, 0, -1]$, $B[0, 1, 1, 0, 0]$, $B[0, 1, 1, 1, -1]$, $B[0, 1, 1, 1, 0]$, $B[1, 0, -1, 1, 0]$, $B[1, 0, 0, 1, -1]$, $B[1, 0, 0, 1, 0]$, $B[1, 0, 1, 1, -1]$, $B[1, 0, 1, 1, 0]$, $B[1, 1, 0, 0, -1]$, $B[1, 1, 0, 0, 0]$, $B[1, 1, 0, 1, -1]$, $B[1, 1, 0, 1, 0]$, $B[1, 1, 1, 0, -1]$, $B[1, 1, 1, 0, 0]$, $B[1, 1, 1, 1, -2]$, $B[1, 1, 1, 1, -1]$, $B[1, 1, 1, 1, 0]$, վերցված համապատասխան գործակիցներով՝

$$\begin{aligned} & -\frac{2(-2+d)(bs[1]+bs[2])}{(-1+d)m_b^2}, \quad -\frac{2(-2+d)(bs[1]+bs[2])}{(-1+d)m_b^2}, \quad \frac{4(-2+d)(bs[1]+bs[2])}{(-1+d)m_b^2}, \quad \frac{4(-2+d)(bs[1]+bs[2])}{(-1+d)m_b^2}, \\ & \frac{4(-2+d)(bs[1]+bs[2])}{(-1+d)m_b^2}, \quad -\frac{(-2+d)^2(bs[1]+bs[2])}{-1+d}, \quad -\frac{2(-2+d)(bs[1]+bs[2])}{(-1+d)m_b^2}, \quad -\frac{4(-2+d)(bs[1]+bs[2])}{(-1+d)m_b^2}, \\ & -\frac{(16-10d+d^2)(bs[1]+bs[2])}{-1+d}, \quad \frac{8(-2+d)(bs[1]+bs[2])}{-1+d}, \quad \frac{(-2+d)mb^2(-6+d+4z2)(bs[1]+bs[2])}{-1+d}, \\ & -\frac{2(-2+d)(bs[1]+bs[2])}{(-1+d)m_b^2}, \quad -\frac{4(-2+d)(bs[1]+bs[2])}{(-1+d)m_b^2}, \quad -\frac{(16-10d+d^2)(bs[1]+bs[2])}{-1+d}, \quad \frac{8(-2+d)(bs[1]+bs[2])}{-1+d}, \\ & \frac{(-2+d)mb^2(-6+d+4z)(bs[1]+bs[2])}{-1+d}, \quad \frac{4(-2+d)(bs[1]+bs[2])}{(-1+d)m_b^2}, \quad -\frac{(-2+d)^2(bs[1]+bs[2])}{-1+d}, \quad -\frac{8(-2+d)(bs[1]+bs[2])}{-1+d}, \\ & \frac{(-2+d)mb^2(-2+d+4z2)(bs[1]+bs[2])}{-1+d}, \quad -\frac{8(-2+d)(bs[1]+bs[2])}{-1+d}, \quad \frac{(-2+d)mb^2(-2+d+4z)(bs[1]+bs[2])}{-1+d}, \\ & -\frac{16(-2+d)(bs[1]+bs[2])}{-1+d}, \quad \frac{8(-2+d)mb^2(bs[1]+bs[2])}{-1+d}, \quad -\frac{(-2+d)mb^4(-2+d+4z+4z2)(bs[1]+bs[2])}{-1+d} \end{aligned}$$

Օգտվելով աստիճանների իջեցման Լապորտայի մեթոդի հիման վրա գրված FIRE ծրագրից [3], վերևում տրված պրոպագատորների աստիճաններով ինտեգրալները բերենք

գլխավոր ինտեգրալների:

$$B[1,1,0,0,0], B[0,0,1,1,0], \quad B[1,0,0,1,0], \quad B[0,1,1,0,0], \quad B[1,0,1,1,0], \quad B[1,1,1,0,0],$$

B[1,1,0,1,0], B[0,1,1,1,0]

:

$$B[1,0,1,1,0] = \left(k_1^2 - m_c^2, (k_1^2 - p)^2 - m_c^2 \right) * \left((k_2^2 - p)^2 - m_i^2 \right)$$

$$B[0,1,1,1,0] = \left(k_2^2 - m_i^2, (k_2^2 - p)^2 - m_i^2 \right) * \left((k_1^2 - p)^2 - m_c^2 \right)$$

$$B[1,1,0,1,0] = \left(k_1^2 - m_c^2 \right) * \left(k_2^2 - m_i^2 \right) \left((k_2^2 - p)^2 - m_i^2 \right) \quad (3.3)$$

$$B[1,1,1,0,0] = \left(k_1^2 - m_c^2, (k_1^2 - p)^2 - m_c^2 \right) * \left(k_2^2 - m_i^2 \right)$$

$$B[1,1,1,1,0] = \left(k_1^2 - m_c^2, (k_1^2 - p)^2 - m_c^2 \right) * \left(k_2^2 - m_i^2, (k_2^2 - p)^2 - m_i^2 \right)$$

Նկատենք որ $B[1,1,1,0,0] = B[1,0,1,1,0]$ ։ Քանի որ ինտեգրումը կատարվում է $-\infty$ ից $+\infty$ տիրույթում, և առաջին ինտեգրալի մեջ $k_2^2 - p$ ուղղակի ինտեգրումը շեղված է հաստատուն p -ով։ $B[0,1,1,1,0]$ ինտեգրալի կեղծ մասը հավասար է $B[1,1,0,1,0]$ ինտեգրալի կեղծ մասին և հավասար է 0-ի, քանի որ ինտեգրումը կատարվում է օղակով, որտեղ ներդրում են տալիս երկու b քվարքը, իսկ B -մեզոնը իր հերթին չի կարող տրոհվել երկու b քվարքի, որոհետև երկու b քվարքը գումարային ավելի ծանր են քան B -մեզոնը::

Ենթինտեգրալ արտահայտությունը պարզեցումից հետո ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\begin{aligned} B[1,1,1,0,0] & \left(\frac{4(-2+d)m_b^2(bs[1]+bs[2])}{-1+d} + \frac{(-2+d)(dm_b^2-4m_c^2)(bs[1]+bs[2])}{(-1+d)^2} + \right. \\ & \left. \frac{(2-d)(-4m_b^2+3dm_b^2+4m_c^2)(bs[1]+bs[2])}{(-1+d)^2} + \frac{(-2+d)m_b^2(-6+d+4z)(bs[1]+bs[2])}{-1+d} + \right. \\ & \left. \frac{(-2+d)m_b^2(-2+d+4z)(bs[1]+bs[2])}{-1+d} \right) + B[1,1,1,1,0] \left(\frac{2(-2+d)m_b^4(bs[1]+bs[2])}{-1+d} \right. \\ & \left. + \frac{(2-d)(dm_b^4-4m_b^2m_c^2-4m_b^2m_i^2+16m_c^2m_i^2)(bs[1]+bs[2])}{(-1+d)^2} + \frac{(2-d)m_b^4(2+d+4z)(bs[1]+bs[2])}{-1+d} \right) \quad (3.4) \end{aligned}$$

Ըստ էության դիագրամի հաշվարկը բերվեց նրան, որ պետք է հաշվենք $B[1,1,1,0,0]$ և $B[1,1,1,1,0]$ տեսքի ինտեգրալները։

Նկատենք, որ $B[1,1,1,1,0] = \{ \{ k_1^2 - m_c^2, (k_1^2 - p)^2 - m_c^2 \} * \{ k_2^2 - m_i^2, (k_2^2 - p)^2 - m_i^2 \} \}$

$$\{ k_2^2 - m_i^2, (k_2^2 - p)^2 - m_i^2 \}$$

Ունենք երկու տեսակի պրոպագատորներ. մեկում ներդրում է տալիս գյուտոնների միջև ընկած օղակից c քվարկը, մյուսում՝ u,c,b տիպի քվարկներից որևէ մեկը, որտեղ m_i -ն նշանակում է զանգված ($i=u,c,b$): c քվարկով և i-րդ քվարկով առանձնացված մասերում կատարենք պարզեցում օգտվելով Ֆեյնմանի պարամետիզացիայից՝

$$\frac{1}{A^{n_1} B^{n_2} \dots C^{n_n}} = \int_0^1 dx_1 dx_2 \dots dx_n \delta(\sum x_i - 1) \frac{(n-1)!}{[x_1 A + x_2 B + \dots + x_n C]^n} : \quad (3.5)$$

c քվարկը պարունակող ենթինտեգրալ արտահայտության համար (3.5) ից կունենանք՝

$$\frac{i}{(k_1^2 - m_c^2)((k_1^2 - p)^2 - m_c^2)} = \frac{i}{(x(k_1^2 - p)^2 - m_c^2) + (1-x)(k_1^2 - m_c^2)^2} = \frac{i}{((k_1 - px)^2 - m_b^2 x^2 - m_c^2 + m_b^2 x)^2} = \frac{i}{(k^2 - m_c^2 + m_b^2 x(1-x))^2}$$

նշ. $\Delta = m_c^2 - m_b^2 x(1-x),$

Օգտվելով $\int \frac{d^d l}{(2\pi)^d} \frac{1}{(l^2 - \Delta)^n} = \frac{(-1)^n i \Gamma(n - \frac{d}{2})}{(4\pi)^{\frac{d}{2}} \Gamma(n)} \left(\frac{1}{\Delta}\right)^{n - \frac{d}{2}}$ հայտնի բանաձևից, կստանանք՝

$\frac{\Gamma(\epsilon)}{m_b^{2\epsilon} (z - x(1-x))^\epsilon}$ որտեղ $z = \frac{m_c^2}{m_b^2}$: Ստացված արտահայտությունը ինտեգրելով 0 ից 1 ըստ x-

ի, վերածելով շարքի, պահելով ϵ -ի մինչև երկրորդ աստիճանը, կստանանք՝

$$B[1,1] = -\frac{1}{8\pi} \sqrt{1-4z} (1 + \epsilon(2 - \text{Log}(m_b^2) - \text{Log}(1-4z)) - \frac{1}{4} \epsilon^2 (-16 + \pi^2 - 2\text{Log}(m_b^2)^2 - 4\text{Log}(m_b^2)(-2 + \text{Log}(1-4z)) + 8\text{Log}(1-4) - 2\text{Log}(1-4z)^2)); \quad (3.6)$$

Նույն գործողությունները կատարելով ենթինտեգրալ արտահայտության երրորդ և

չորրորդ անդամների հետ, կստանանք՝ $B[1^*,1^*] = 2 - \frac{\pi}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\epsilon} - 2\text{Log}(m_b) + \frac{1}{12} \epsilon(48 + \pi^2 +$

$$24(-2 + \text{Log}(m_b))\text{Log}(m_b) + \sqrt{3}\pi(-8 + \text{Log}(9) + 8\text{Log}(m_b)) - 12i\sqrt{3}\text{PolyLog}[2, \frac{1}{6}(3 - i\sqrt{3})] + 12i\sqrt{3}\text{PolyLog}[2, \frac{1}{6}(3 + i\sqrt{3})]); \quad (3.7)$$

Ունենալով ենթինտեգրալ արտահայտության պարզեցումը, $B[1,1,1,1,0]$ -ի համար կունենանք՝

$$B[1,1,1,1,0] = \{(k_1^2 - m_c^2)(k_2^2 - m_i^2), (-m_c^2 + (k_1 - p)^2)(-m_i^2 + (k_2 - p)^2)\} = -\frac{1}{8\pi} \sqrt{1-4z} (1 + \epsilon(2 - \text{Log}(m_b^2) - \text{Log}(1-4z)) - \frac{1}{4} \epsilon^2 (-16 + \pi^2 - 2\text{Log}(m_b^2)^2 - 4\text{Log}(m_b^2)(-2 + \text{Log}(1-4z)) + 8\text{Log}(1-4z) - 2\text{Log}(1-4z)^2)) (2 - \frac{\pi}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\epsilon} -$$

$$2\text{Log}(m_b) + \frac{1}{12}\epsilon(48 + \pi^2 + 24(-2 + \text{Log}(m_b))\text{Log}(m_b) + \sqrt{3}\pi(-8 + \text{Log}(9) + 8\text{Log}(m_b))) - 12i\sqrt{3}\text{PolyLog}[2, \frac{1}{6}(3 - i\sqrt{3})] + 12i\sqrt{3}\text{PolyLog}[2, \frac{1}{6}(3 + i\sqrt{3})]) \quad (3.8)$$

$$\text{Նույն կերպ } B[1,1,1,0,0] = (k_1^2 - m_c^2, (k_1 - p)^2 - m_c^2) * (k_2^2 - m_b^2) = B[1,1] * \Gamma(\epsilon - 1) * \frac{-\text{Exp}[\epsilon * \text{EulerGamma}]}{(m_b^2)^{\epsilon-1}} \quad (3.9)$$

$\Delta M1$ –ն որը մեզ հետաքրքրում է նման տիպի պրոցեսներում համեմատական կլինի այս երկու ինտեգրալների գումարին՝

$$\left(\frac{\alpha s}{(4\pi)}\right)^2 \sqrt{1 - 4z}(\text{bs}[1] + \text{bs}[2]) * \left(\frac{(1+2z)}{9\pi\epsilon} - \frac{(-19+3\sqrt{3}\pi-44z+6\sqrt{3}\pi z+18(1+2z)\text{Log}(m_b))}{27\pi} - \frac{3(1+2z)\text{Log}(m_b^2)+3\text{Log}(1-4z)+6z\text{Log}(1-4z)}{27\pi}\right) \quad (3.10)$$

$(\text{bs}[1] + \text{bs}[2])$ արտադրյալը մատրիցական էլեմենտ է, որը իր մեջ պարունակում է գունային ֆակտորներ: $(\text{bs}[1] + \text{bs}[2])$ հաշվարկը կկատարենք վերջում:

Ինչպես երևում է, ստացված պատասխանը իր մեջ պարունակում է անվերջություն, երբ ϵ ը ձգտում է զրոյի: հաջորդ գլխում անվերջությունները կվերացնենք վերանորմավորման միջոցով:

Դիտարկենք այն դեպքը, երբ դիագրամում ներդրում է տալիս c քվարկը: Հաշվարկները նույնությամբ կրկնվում են այնպես ինչպես ներդրում էր ունենում b քվարկը, սակայն ի տարբերություն նախորդ դեպքի, այստեղ պետք է հաշվի առնել, որ c քվարկի զանգվածը բավականին փոքր է որպիսի B -մեզոնը կարողանա տրոհվել երկու c քվարկի: Մաթեմատիկորեն դա նշանակում է, որ c քվարկով պայմանավորված ինտեգրալի կեղծ մասը պետք է հաշվի առնել $\Delta\Gamma$ -ի մեջ:

Գլխավոր ինտեգրալները մեր նշանակումներով ունեն հետևյալ տեսքը՝

$$B[1,1,0,0,0], B[0,0,1,1,0], B[1,0,0,1,0], B[0,1,1,0,0], B[1,0,1,1,0], B[1,1,1,0,0], B[1,1,0,1,0], B[0,1,1,1,0]:$$

Նկատենք, որ նախորդ դեպքի նման, որոշ գլխավոր ինտեգրալներ կեղծ մաս չեն պարունակում:

$$\text{Ճիշտ } b \text{ քվարկի դեպքում արված դատողության նման՝ } B[1,1,0,0,0] \rightarrow 0, B[0,0,1,1,0] \rightarrow 0, B[1,0,0,1,0] \rightarrow 0, B[0,1,1,0,0] \rightarrow 0: B[1,0,1,1,0] = B[1,1,1,0,0], B[0,1,1,1,0] = B[1,1,0,1,0]:$$

z_2 -ով նշանակենք O_2 օպերատորով օղակումներդրում ունեցող c քվարկով պայամանավորված $\frac{m_c^2}{m_b^2}$ հարաբերությունը, z -ով նշանակենք c քվարկով ֆերմիոնային օղակում $\frac{m_c^2}{m_b^2}$ հարաբերությունը: $\sigma = \frac{1-\sqrt{1-4z}}{1+\sqrt{1-4z}}$, $\sigma_2 = \frac{1-\sqrt{1-4z_2}}{1+\sqrt{1-4z_2}}$

Պարզեցումներից հետո ենթինտեգրալային արտահայտությունը արտահայտված գլխավոր ինտեգրալների կոմբինացիայով, կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$\begin{aligned}
& B[1,1,1,0,0] \left(\frac{4(-2+d)m_b^2(bs[1]+bs[2])}{-1+d} + \frac{(-2+d)m_b^2(-6+d+4z)(bs[1]+bs[2])}{-1+d} \right. \\
& + \frac{(-2+d)m_b^2(-2+d+4z)(bs[1]+bs[2])}{-1+d} + \frac{(-2+d)(dm_b^2-4m_b^2z)(bs[1]+bs[2])}{(-1+d)^2} \\
& \left. + \frac{(2-d)(-4m_b^2+3dm_b^2+4m_b^2z)(bs[1]+bs[2])}{(-1+d)^2} \right) \\
& + \\
& B1[1,1,0,1,0] \left(\frac{4(-2+d)m_b^2(bs[1]+bs[2])}{-1+d} \right. \\
& + \frac{(-2+d)m_b^2(-6+d+4z_2)(bs[1]+bs[2])}{-1+d} \\
& + \frac{(-2+d)m_b^2(-2+d+4z_2)(bs[1]+bs[2])}{-1+d} + \frac{(-2+d)(dm_b^2-4m_b^2z_2)(bs[1]+bs[2])}{(-1+d)^2} \\
& \left. + \frac{(2-d)(-4m_b^2+3dm_b^2+4m_b^2z_2)(bs[1]+bs[2])}{(-1+d)^2} \right) \\
& + \\
& B1[1,1,1,1,0] \left(\frac{2(-2+d)m_b^4(bs[1]+bs[2])}{-1+d} \right. \\
& + \frac{(2-d)m_b^4(-2+d+4z+4z_2)(bs[1]+bs[2])}{-1+d} \\
& \left. + \frac{(2-d)(dm_b^4-4m_b^4z-4m_b^4z_2+16m_b^4zz_2)(bs[1]+bs[2])}{(-1+d)^2} \right) \tag{3.10}
\end{aligned}$$

Այժմ հաշենք ստացված գլխավոր ինտեգրալները.

Հաշվի առնենք c քվարկի զանգվածի մեծ լինելը: $B[1,1,1,1,0]$ տեսքով գլխավոր

ինտեգրալում կեղծ մաս կառաջանա c քվարկով առաջին օղակի իրական մասի և երկրորդ օղակի կեղծ մասի արտադրյալի և երկրորդի իրականի ու առաջինի կեղծ մասերի արտադրյալներից կազմված գումարում:

$$\begin{aligned} B[1,1,1,0,0] &= \left(k_1^2 - m_c^2, (k_1^2 - p)^2 - m_c^2 \right) * \left(k_2^2 - m_i^2 \right) = B[1,1] * \left(k_2^2 - m_i^2 \right) = \\ &= B[1,1] * \Gamma[\epsilon - 1] * \frac{-\text{Exp}[\epsilon * \text{EulerGamma}]}{(mi^2)^{\epsilon-1}} \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} B[1,1,0,1,0] &= \left(k_1^2 - m_c^2 \right) * \left(k_2^2 - m_i^2 \right) \left((k_2^2 - p)^2 - m_i^2 \right) = \\ &\Gamma[\epsilon - 1] * \frac{-\text{Exp}[\epsilon * \text{EulerGamma}]}{(mc^2)^{\epsilon-1}} * B2[1,1] \end{aligned} \quad (3.12)$$

որտեղ $B2[1,1]$ -ով նշանակել ենք երկրորդ օղակում c քվարկով պայմանավորված

$\left(k_2^2 - m_i^2, (k_2^2 - p)^2 - m_i^2 \right)$ պրոպագատորներով ինտեգրալի կեղծ մասը:

նույն ինտեգրալի իրական մասը նշանակենք $\text{Re}B2[1,1]$, որը հավասար է՝

$$\begin{aligned} \text{Re}B2[1,1] &= 2 + \frac{1}{\epsilon} - \text{Log}(m_b^2) - \text{Log}(z_2) + \text{Log}(\sigma_2) - (1 - \sqrt{1 - 4z_2})\text{Log}(\sigma_2) - \\ &\frac{1}{12} \epsilon \left(-48 - \pi^2 + 8\pi^2 \sqrt{1 - 4z_2} - 6\text{Log}(m_b^2)^2 - 6(-4 + \text{Log}(z_2) - \text{Log}(\sigma_2))(\text{Log}(z_2) - \right. \\ &\left. \text{Log}(\sigma_2)) - 12\text{Log}[m_b^2] \left(-2 + \text{Log}(z_2) - \sqrt{1 - 4z_2}\text{Log}(\sigma_2) \right) + 6\text{Log}(\sigma_2) \left(4 - 2\text{Log}(z_2) + \right. \\ &\left. \text{Log}(\sigma_2) + \sqrt{1 - 4z_2}(-4 + 2\text{Log}[1 - 4z_2] + \text{Log}(\sigma_2)) \right) + 24\sqrt{1 - 4z_2}\text{PolyLog}[2, \sigma_2] \right) \end{aligned} \quad (3.13)$$

Նույն կերպ առաջին օղակից ինտեգրալի իրական մասը կլինի՝

$$\begin{aligned} \text{Re}B[1,1] &= 2 + \frac{1}{\epsilon} - \text{Log}(m_b^2) - \text{Log}(z) + \text{Log}(\sigma) - (1 - \sqrt{1 - 4z})\text{Log}(\sigma) - \frac{1}{12} \epsilon \left(-48 - \pi^2 + \right. \\ &8\pi^2 \sqrt{1 - 4z} - 6\text{Log}(m_b^2)^2 - 6(-4 + \text{Log}(z) - \text{Log}(\sigma))(\text{Log}(z) - \text{Log}(\sigma)) - \\ &12\text{Log}(m_b^2) \left(-2 + \text{Log}(z) - \sqrt{1 - 4z}\text{Log}(\sigma) \right) + 6\text{Log}(\sigma) \left(4 - 2\text{Log}(z) + \text{Log}(\sigma) + \right. \\ &\left. \sqrt{1 - 4z}(-4 + 2\text{Log}(1 - 4z) + \text{Log}(\sigma)) \right) + 24\sqrt{1 - 4z}\text{PolyLog}[2, \sigma] \right) \end{aligned} \quad (3.14)$$

$B[1,1]$ ը, որը $\text{Re}B[1,1]$ -ի համապատասխան կեղծ մասն է, մեզ հայտնի է նախորդ

հաշվարկից, $B2[1,1]$ ը կլինի նույնը ինչ $B[1,1]$ -ը, համապատասխան գործակիցներով՝

$$\begin{aligned} B2[1,1] &= -\frac{1}{8\pi} \sqrt{1 - 4z_2} (1 + \epsilon(2 - \text{Log}(m_b^2) - \text{Log}(1 - 4z_2))) - \frac{1}{4} \epsilon^2 (-16 + \pi^2 \\ &- 2\text{Log}(m_b^2)^2 - 4\text{Log}(m_b^2)(-2 + \text{Log}(1 - 4z_2)) + 8\text{Log}(1 - 4)) \\ &- 2\text{Log}(1 - 4z_2)^2); \end{aligned}$$

$$B[1,1,1,1,0]=\left(k_1^2 - m_c^2, (k_1^2 - p)^2 - m_c^2\right) * \left(k_2^2 - m_i^2, (k_2^2 - p)^2 - m_i^2\right)$$

Ինտեգրալի մեջ մեզ հետաքրքրող կեղծ մասը կլինի՝

$$\text{Re}B[1,1] * B2[1,1] + \text{Re}B2[1,1] * B[1,1] \tag{3.15}$$

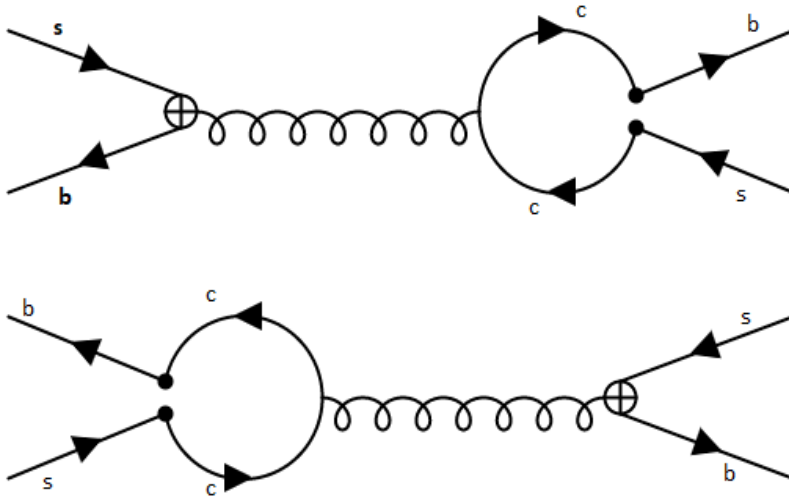
Համապատասխան գործողություններից հետո կունենանք՝

$$M2 = \left(\frac{a_s}{4\pi}\right)^2 * \frac{1}{9\pi} (bs[1] + bs[2]) \left(\frac{\sqrt{1-4z}(1+2z) + \sqrt{1-4z_2}(1+2z_2)}{\epsilon} + \sqrt{1-4z_2} \left(\frac{7}{3} + 4z + \frac{20z^2}{3} + 8zz_2 + (-2 - 4z_2)\text{Log}(m_b^2) + (-1 - 2z_2)\text{Log}(z) + (-1 - 2z_2)\text{Log}(1 - 4z_2) \right) + \sqrt{1-4z} \left(\frac{7}{3} + 4z_2 + \frac{4}{3}z(5 + 6z_2) + (-2 - 4z)\text{Log}(m_b^2) + (-1 - 2z)\text{Log}(1 - 4z) + (-1 - 2z)\text{Log}(z_2) \right) + \sqrt{1-4z}\sqrt{1-4z_2}((1 + 2z)(1 + 2z_2)\text{Log}(\sigma) + (1 + 2z)(1 + 2z_2)\text{Log}(\sigma_2)) \right) \tag{3.16}$$

Նախորդ դեպքի նման, այստեղ ևս կա անվերջություն պայմանավորված $\frac{1}{\epsilon}$ անդամով: Հաջորդիվ կանդրադառնանք անվերջություններից ազատվելուն:

ՎԵՐԱՆՈՄԱՎՈՐՈՒՄ

Այժմ անդրադառնանք նախորդ գլխում հաշվված դիագրամների վերանորմավորմանը: Այստեղ մենք ունենք երկու տիպի վերանորմավորում. ուժեղ փոխազդեցության հաստատունի՝ g_s -ի և օպերատորների՝ տվյալ դեպքում O2-օպերատորի : Այժմ դիտարկենք ուժեղ փոխազդեցության հաստատունի վերանորմավորումը(Նկ.4), [4]:



Նկ. 4 Այստեղ պատկրված են g_s -ի վերանորմավորման համար անհրաժեշտ դիագրամները:

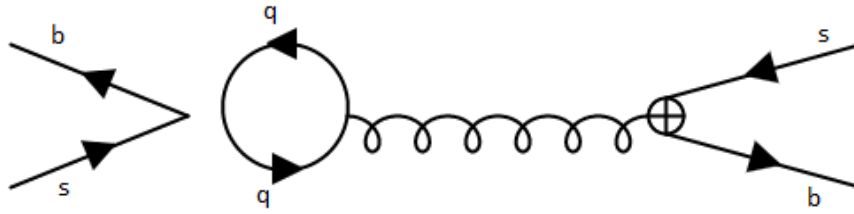
$$\int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \bar{b} \gamma^\mu (1-\gamma_5) \frac{k^\beta \gamma_\beta - p_b^\alpha \gamma_\alpha + m_c}{(k^\beta \gamma_\beta - p_b)^2 - m_c^2} \gamma^\nu \frac{k^\beta \gamma_\beta + m_c}{(k^\beta \gamma_\beta)^2 - m_c^2} (1-\gamma_5) \gamma^\mu s$$

$$\times (-i) \frac{1}{p_b^2} \bar{b} (\gamma^\alpha (p^\beta, \gamma_\beta) - (p^\beta, \gamma_\beta) \gamma^\alpha) (1-\gamma_5) s$$

Հետևյալ դիագրամների փուլային ծավալները նախորդ դիագրամների պես իրար հավասար են: Տվյալ դիագրամների համար ստացվում է

$$M(g_s) = \frac{\alpha_s}{4\pi} \frac{4m_b^2 (bs[1] + bs[2]) \left(-\frac{27}{16} \sqrt{1-4z} (1+2z) + \sqrt{1-4z} \epsilon \left(-\frac{9}{8} (1+5z) + \frac{27}{16} (1+2z) \text{Log}(m_b^2) + \frac{27}{16} (1+2z) \text{Log}(1-4z) \right) \right)}{81\pi} + \quad (4.1)$$

Այժմ դիտարկենք O_2 օպերատորի վերանորմավորումը: (նկ. 5)



Նկ. 5 Այստեղ պատկերված են O_2 օպերատորի վերանորմավորման համար անհրաժեշտ դիագրամները : Այստեղ ներդրում են տալիս O_3, O_4, O_5, O_6 օպերատորները: $q=u,d,s,c$:

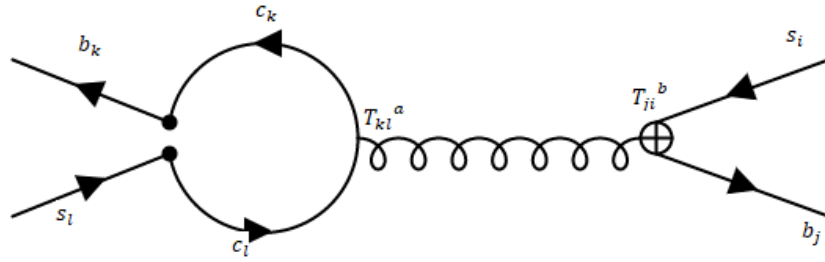
Հաշվելուց ստացվում է հետևյալ պատասխանը՝

$$\text{Res}O_4 = \frac{\alpha_s N_f m_b^2 (bs[1] + bs[2]) (\sqrt{1-4z}(1+2z) + \sqrt{1-4z} \epsilon (\frac{1}{3}(5+16z)))}{4\pi \cdot 12\pi} + \frac{(-1-2z)\text{Log}(m_b^2) + (-1-2z)\text{Log}(1-4z))}{12\pi} \quad (4.2)$$

Այժմ անհրաժեշտ է հաշվել գունային գործակիցները: Ընդհանուր դեպքում ուժեղ փոխազդեցությունների հանրահաշիվը հիմնված է $SU(N)$ խմբի վրա: Խմբի բազիսները հանդիսանում են T^a մատրիցները , դրանց քանակը $N^2 - 1$ է: Հանրահաշիվը ներկայացնում է Լիի հանրահաշիվ: $SU(2)$ խմբի դեպքում $T^a = \frac{1}{2} \sigma_a$, որտեղ σ_a -ն Պաուլիի մատրիցներն են, $SU(3)$ Խմբի դեպքում $T^a = \frac{1}{2} \lambda_a$, որտեղ λ_a -ն Գել-Մանի մատրիցներն են: $SU(N)$ խմբի ֆունդամենտալ ներկայացում է հանդիսանում $T^a T^a$ -ն: $(T^a T^a)_{ij} = (T^a)_{ik} (T^a)_{kj} = \frac{1}{2} (\delta_{ij} \delta_{kk} - \frac{1}{N} \delta_{ik} \delta_{kj}) = \frac{1}{2} (\delta_{ij} N - \frac{1}{N} \delta_{ij}) = \delta_{ij} \frac{N^2 - 1}{2N} \Rightarrow (T^a T^a)_{ij} = \delta_{ij} C_f \Rightarrow C_f = \frac{N^2 - 1}{2N}$, C_f ը գունային ֆակտորն է: Մաթեմատիկորեն ասած C_f -ը իրենից ներկայացնում է $T^a T^a = C_f 1$:

Այժմ մեր դիտարկվող դիագրամների համար հաշվենք գունային ֆակտորների ներդրումը:

Սկզբում դիտարկենք փակ ֆերմիոնային օղակ չպարունակող դիագրամը. (նկ. 6)



Նկ. 6 դիագրամը նկարված է Ֆեյնմանի կանոնների գունային ֆակտորների բաղադրիչներով:

Գունային ֆակտորների ներդրումը դիագրամի հաշվարկի մեջ Ֆեյնմանի կանոնների համաձայն կլինի՝ $\bar{b}_k T_{kl}^a s_l \bar{b}_j' T_{ji}^b s_i' \delta^{ab} = \bar{b}_k s_l \bar{b}_j' s_i' \frac{1}{2} (\delta_{ki} \delta_{lj} - \frac{1}{N} \delta_{kl} \delta_{ji}) = \frac{1}{2} \bar{b}_l s_l \bar{b}_l' s_i' - \frac{1}{2N} \bar{b}_l s_l \bar{b}_l' s_i'$, որտեղ N -ը գույների քանակն է՝ $N=3$:

Հիշենք, որ դիագրամի կեղծ մասի հաշվարկի ժամանակ կար $bs[1] + bs[2]$ արտադրիչ: օգտվելով (1.6) բանաձեռից, կստանանք, որ՝

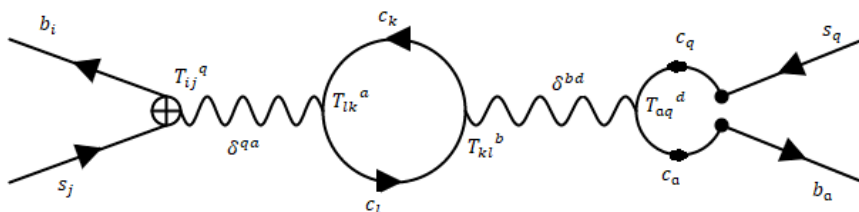
$$bs[1] = \frac{1}{2} \bar{b}_l L s_l * \bar{b}_l' L s_i' - \frac{1}{2N} \bar{b}_l L s_l \bar{b}_l' L s_i' = \frac{1}{2} \langle \tilde{Q}_s \rangle - \frac{1}{2N} \langle Q_s \rangle \quad (4.3)$$

$$bs[2] = \frac{1}{2} \bar{b}_l \gamma^\mu L s_l * \bar{b}_l' \gamma^\mu L s_i' - \frac{1}{2N} \bar{b}_l \gamma^\mu L s_l \bar{b}_l' \gamma^\mu L s_i' = \frac{1}{2} \langle \tilde{Q} \rangle - \frac{1}{2N} \langle Q \rangle \quad (4.4)$$

օգտվելով նաև հետևյալ առնչություններից՝ $\langle \tilde{Q} \rangle = \langle Q \rangle$, $\langle \tilde{Q}_s \rangle = -\langle Q_s \rangle - \frac{1}{2} \langle Q \rangle$, վերջնական կստանանք՝ $bs[1] + bs[2] = \left(\frac{N-1}{4N}\right) \langle Q \rangle - \left(\frac{N+1}{2N}\right) \langle Q_s \rangle$: Ինչպես նշել էինք սկզբում, գույների քանակը 3 է: Հետևաբար՝

$$bs[1] + bs[2] = \frac{1}{6} \langle Q \rangle - \frac{2}{3} \langle Q_s \rangle : \quad (4.5)$$

Այժմ դիտարկենք փակ ֆերմիոնային օղակով դիագրամը: (նկ. 7)



Նկ.7 դիագրամը նկարված է Ֆեյնմանի կանոնների գունային ֆակտորների բաղադրիչներով

Ֆեյնմանի կանոնների համաձայն կունենանք՝

$$\begin{aligned} \bar{b}_i T_{ij}^q s_j \delta^{aq} T_{ji}^a s_i' \delta^{ab} T_{lk}^a T_{kl}^b \bar{b}_a' T_{aq}^d \delta^{bd} s_q' = \\ \bar{b}_i s_j \frac{1}{2} \left(\delta_{ik} \delta_{jl} - \frac{1}{N} \delta_{ij} \delta_{lk} \right) * \frac{1}{2} \left(\delta_{kq} \delta_{al} - \frac{1}{N} \delta_{kl} \delta_{aq} \right) \bar{b}_a' s_q' = \\ \left(\frac{N-1}{2N} \right) \langle Q \rangle - \left(\frac{N+1}{N} \right) \langle Q_s \rangle \end{aligned} \quad (4.6)$$

Ստացված պատասխանը երկու անգամ տարբերվում է նախորդ պատասխանից. դա հետևանք է նրա, որ սկզբնական դիագրամի գունային ֆակտորները օղակների թվի կրկնապատիկ չափով ունենում են ներդրումներ:

Անդրադառնանք վերանորմավորման հաստատուններին: Մեզ հետաքրքրող վերանորմավորման խմբի հավասարումը ունի հետևյալ տեսքը՝ [5]

$$\frac{dg(\mu)}{d \ln \mu} = \beta(g(\mu), \varepsilon)$$

որտեղ՝ (4.7)

$$\beta(g, \varepsilon) = -\varepsilon g + \beta(g), \quad \beta(g) = -g \frac{1}{Z_g} \frac{dZ_g}{d \ln \mu}$$

Խմբավորումից հետո կստանանք՝

$$\beta(g) = -\beta_0 \frac{g^3}{16\pi^2} - \beta_1 \frac{g^5}{(16\pi^2)^2}, \quad \beta_0 = \frac{11N-2f}{3} \quad (4.8)$$

NLO կարգում ուժեղ փոխազդեցության հաստատունի՝ g_s -ի, վերանորմավորման հաստատունն է. [2017]

$$Z_{g_s}^{(1), N_f} = \frac{\alpha_s}{6\pi\varepsilon} N_f T_R, \quad \text{where } T_R = \frac{1}{2} \quad (4.9)$$

Իսկ էֆեկտիվ օպերատորները վերաորմավորելու համար մեզ անհրաժեշտ հաստատուններն են՝

$$Z_{42}^{(1)} = Z_{62}^{(1)} = \frac{\alpha_s}{12\pi\varepsilon} \quad (4.10)$$

և քվարկ պարունակող օղակով դիագրամի համար՝ $M1 + 2 * \frac{\alpha_s}{6\pi\varepsilon} * \text{ResNLO}$ վերջնական՝

$$-\frac{\alpha_s^2}{4\pi} \frac{2\sqrt{1-4z}(1+2z) \left(-17 + 3\sqrt{3}\pi + 18\text{Log}(m_b) - 6\text{Log}(m_b^2) \right)}{81} \quad (4.11)$$

C քվարկի համար.

$$M1 + 2Z_{g_s}^{(1),N_f} * \text{ResNLO} + 2Z_{42}^{(1)} \text{ResNLO04} + 2Z_{62}^{(1)} \text{ResNLO06} \quad (4.12)$$

Իսկ esNLO03= esNLO05 = 0, գունային ցուցիչների պատճառով: Արդյունքում ստանում ենք վերանորմավորված պատասխան.

$$\begin{aligned} & \frac{\alpha_s^2}{4\pi} 2 \frac{(\sqrt{1-4z_2}(1+2z_2)(2+12z-3\text{Log}\left(\frac{\mu_1}{m_b}\right) - 3\text{Log}(z)))}{27} \\ & + \frac{\sqrt{1-4z}(1+2z)(5+12z_2-3\text{Log}\left(\frac{\mu_1}{m_b}\right) - 3\text{Log}(z_2))}{27} \\ & + \frac{3\sqrt{1-4z}(1+2z)\sqrt{1-4z_2}(1+2z_2)(\text{Log}(\sigma) + \text{Log}(\sigma_2))}{27} \end{aligned} \quad (4.13)$$

Ս քվարկի դեպքի համար կստանանք (4.13) ից z_2 -ը ձգտեցնելով զրոյի

Որտեղ μ_1 -ը վերանորմավորման մասշտաբն է և $\mu_1=[m_b/2, 2m_b]$:

ՖԵՆՈՄԵՆՈԼՈԳԻԱ

Ստացված արդյունքները , ինչպես նաև նախկինում ստացված արդյունքները օգտագործելով հնարավոր է գնահատել թե $\alpha_s^2 N_f$ կարգում պենզվին դիագրամները ինչպիսի ներդրում կունենան CP ասիմետրիայի մեջ:

Էֆեկտիվ Համիլտոնյանի մեջ մտնող Վիլսոնի գործակիցների թվային արժեքների շարքի վերլուծության մինչև NNLO անդամները բերված են աղյուսակ 1-ում :

i	$C_i^{(0)}(\mu_b)$	$C_i^{(1)}(\mu_b)$	$C_i^{(2)}(\mu_b)$
1	-0.2687	4.332	50.142
2	1.1179	-2.024	-17.114
3	0.0121	0.090	—
4	-0.0274	-0.465	—
5	0.0079	0.041	—
6	-0.0343	-0.434	—
8	-0.1508	-1.0006	—

Աղյուսակ 1

Կարբիբո Կոբոյաշի Մասկավայի մատրիցայի պարամետրների համար ունենք՝

$$\lambda = 0, 22453 \pm 0, 00044, A = 0, 836 \pm 0, 015, \bar{\rho} = 0, 122_{-0,017}^{+0,018}, \bar{\eta} = 0, 355_{-0,011}^{+0,012} \quad [15]$$

NLO կարգում $\bar{z} = m_c^2(m_b) / m_b^2(m_b) = 0,049$

NNLO կարգում՝ $\bar{z} = m_c^2(m_b) / m_b^2(m_b) = 0,045$

Ինչպես նաև ունենալով նաև աղյուսակ 2-ում բերված պարամետրերը պարամետրերը:

$$\begin{array}{llll} \bar{m}_b(\bar{m}_b) = (4.18 \pm 0.03) \text{ GeV} & [6] & \bar{m}_c(\bar{m}_c) = (1.286 \pm 0.013_{\text{stat}} \pm 0.040_{\text{syst}}) \text{ GeV} & [9] \\ \bar{m}_s(\bar{m}_s) = (0.079 \pm 0.002) \text{ GeV} & [7] & \bar{m}_t(m_t) = (165.96 \pm 0.35_{\text{stat}} \pm 0.64_{\text{syst}}) \text{ GeV} & [9] \\ m_b^{\text{pow}} = 4.7 \text{ GeV} & [8] & \alpha_s(M_Z) = 0.1180(7) & [10] \\ f_{B_s} \sqrt{\tilde{B}'_S} = 303 \text{ MeV} & [7] & \tilde{B}_{R_0} = 0.56 \pm 0.53 & [7] \\ f_{B_s} \sqrt{B} = 224 \text{ MeV} & [7] & & \end{array}$$

Աղյուսակ 2

B_s համակարգի դեպքում, CP սախմետրիայի մեջ պինգվին սեկտորների ներդրումների հարաբերությունը ($\mu_1 = m_b$) կլինի՝

$$\frac{\delta a_{f_s}^{s(2), N_{f,p}}}{a_{f_s}^{s(1), p}} = -17,79 \frac{a_s(\mu_1)}{4\pi} (m_b = m_b^{\text{pole}}), \quad \frac{\delta a_{f_s}^{s(2), N_{f,p}}}{a_{f_s}^{s(1), p}} = -16,11 \frac{a_s(\mu_1)}{4\pi} (m_b = \bar{m}_b) \quad (5.1)$$

B_d համակարգի համար կունենանք՝

$$\frac{\delta a_{f_s}^{d(2), N_{f,p}}}{a_{f_s}^{d(1), p}} = -17,66 \frac{a_s(\mu_1)}{4\pi} (m_b = m_b^{\text{pole}}), \quad \frac{\delta a_{f_s}^{d(2), N_{f,p}}}{a_{f_s}^{d(1), p}} = -16 \frac{a_s(\mu_1)}{4\pi} (m_b = \bar{m}_b) \quad (5.2)$$

Որտեղ $\delta a_{f_s}^{q(2),N_f,p}$ նշանակում է $\alpha_s^2 N_f$ -ին համեմատական պինգվին դիագրամի ներդրումը $a_{f_s}^q$ -ի մեջ, իսկ $a_{f_s}^{q(1),p}$ -ը՝ a_s^1 -ին համեմատական պինգվին դիագրամների ներդրումն է $a_{f_s}^q$ -ի մեջ:

Իսկ եթե կիրառենք այսպես կոչված նայիվ նոնաբելիզացիա, ապա կստանանք

$$\frac{\delta a_{f_s}^{s(2),NNA,p}}{a_{f_s}^{s(1),p}} = -13,90 \frac{a_s(\mu_1)}{4\pi} (m_b = m_b^{pole}), \quad \frac{\delta a_{f_s}^{s(2),NNA,p}}{a_{f_s}^{s(1),p}} = -11,56 \frac{a_s(\mu_1)}{4\pi} (m_b = \overline{m_b}) \quad (5.3)$$

B_d համակարգի համար կունենանք՝

$$\frac{\delta a_{f_s}^{d(2),NNA,p}}{a_{f_s}^{d(1),p}} = -13,88 \frac{a_s(\mu_1)}{4\pi} (m_b = m_b^{pole}), \quad \frac{\delta a_{f_s}^{d(2),NNA,p}}{a_{f_s}^{d(1),p}} = -11,55 \frac{a_s(\mu_1)}{4\pi} (m_b = \overline{m_b}) \quad (5.4)$$

Վերջին երկու հավասարումների ինդեքսում գրված NNA-ն (Naive nonabelianization) իրենից ներկայացնում է ոչ արելյան դիագրամների ներդրումը հաշվի առնելու մեթոդ: Կարճ այն իրենից ներկայացնում է հետևյալը՝

Դիցուք մեզ հայտնի է QCD-ի β_0 ֆունկցիան, որը որոշվում է $\frac{dg_s(\mu)}{d\ln\mu} = -\beta_0 \frac{g_s^3}{16\pi^2}$

հավասարումից:

β_0 ֆունկցիան կապ է հաստատում ոչ արելյան դաշտերի Ֆեյնմանի դիագրամի օղակների և արելյան դաշտերի Ֆեյնմանի օղակների միջև:

Պարզ դեպքում $\beta_0 = \frac{11N_c - 2N_f}{3}$, որտեղ $N_f = N_L + 2$, $N_L = 3(u,d,s)$, $N_v = 1$ (c), $N_H = 1$ (b)

$N_f \rightarrow -3/2\beta_0$, որից հետո $\beta_0 = \frac{11N_c - 2N_f}{3}$ հավասարումից կվորոշվի N_c -ն:

Ստացված արդյունքները ցույց են տալիս, որ a_s^2 ու ունեցած ներդրումները պինգվին դիագրամներում համեմատելի են a_s^1 -ի հետ: Կարելի է ենթադրել որ բոլոր տիպի a_s^2 ուղղումները կարող են նման կերպ մեծ լինել, ինչը պետք է ստուգել:

ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ

Այս աշխատանքում մենք կատարել ենք առաջին քայլը Ստանդարտ Մոդելի շրջանակներում հաջորդը-հաջորդը առաջատարի նկատմամբ (NNLO) Քվանտաքրոմոդինամիկական ուղղումների հաշվարկ CP խաղտման համար $B_q-\overline{B}_q$ ($q=s,d$) համակարգի համար: Մասնավորապես մենք գնահատել ենք $a_s^2 N_f$ կարգի պինգվինային դիագրամների ներդրումը a_s^q -ի մեջ $B_q-\overline{B}_q$ համակարգի համար, $a_s^2 N_f$ և a_s^1 -ի կարգի պինգվինային ներդրումները համեմատելով: Ստացված արդյունքները ցույց են տալիս, որ a_s^2 -ու ունեցած ներդրումները պինգվին դիագրամներում համեմատելի են a_s^1 -ի հետ՝ $\approx 0,22$, և ունեն հակառակ նշան:

- [1] M. Beneke, G. Buchalla, A. Lenz and U. Nierste, "CP asymmetry in favor specific B decays beyond leading logarithms," Phys. Lett. B 576 (2003) 173 [[hep-ph/0307344](#)].
- [2] Alexander Lenz, Gilberto Tetlalmatzi-Xolocotzi, "Model-independent bounds on new physics effects in non-leptonic tree-level decays of B-mesons," [[arXiv:1912.07621v1](#) [[hep-ph](#)] 16 Dec 2019]
- [3] A.V. Smirnov [[arXiv:0807.3243v3](#) [[hep-ph](#)] 2 Aug 2008]
- [4] Andrzej J. Buras "Weak Hamiltonian, CP Violation and Rare Decays" [[arXiv:hep-ph/9806471v1](#) 24 Jun 1998]
- [5] K.G. Chetyrkin, M. Misiak and M. Münz, β -functions and anomalous dimensions up to three loops, Nucl. Phys. B 518 (1998) 473 [[hep-ph/9711266](#)] [[INSPIRE](#)].
- [6] C. Patrignani et al. [Particle Data Group], "Review of Particle Physics," Chin. Phys. C 40, no. 10, 100001(2016).
- [7] A. Bazavov et al. [Fermilab Lattice and MILC Collaborations], " B_0^S -mixing matrix elements from lattice QCD for the Standard Model and beyond," Phys. Rev. D 93 (2016) no.11, 113016 [[arXiv:1602.03560](#)].
- [8] A. Lenz and U. Nierste, "Theoretical update of B_S - \overline{B}_S mixing," JHEP 0706 (2007) 072 [[hep-ph/0612167](#)].
- [9] J. Charles et al. [CKMfitter Group Collaboration], "CP violation and the CKM matrix: Assessing the impact of the asymmetric B factories," Eur. Phys. J. C 41, 1 (2005) [[hep-ph/0406184](#)]. We use updated numbers from http://ckm_tter.in2p3.fr.
- [10] S. Aoki et al. [Flavour Lattice Averaging Group], "FLAG Review 2019: Flavour Lattice Averaging Group (FLAG)," Eur. Phys. J. C 80, no.2, 113 (2020) [[arXiv:1902.08191](#)].